

MATEMÁTICA 4º AÑO

Profesora: Natalia Rodríguez

PROPUESTA 6

SEGUIMOS APRENDIENDO DESDE CASA



¡Hola chicos y chicas! ¿Cómo están?

Nos volvemos a encontrar para seguir aprendiendo juntos desde casa. En las propuestas anteriores analizamos como cambian las relaciones entre variables, a través de tablas y gráficos. Trabajamos con la definición de función, dominio e imagen, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constantes. En esta propuesta formalizaremos el trabajo con función lineal.

Objetivos de esta propuesta:

- Representar, mediante tablas, gráficos o fórmulas, regularidades o relaciones observadas entre valores de diferentes variables.
- Resolver situaciones en contextos intramatemáticos y/o de la vida cotidiana
- Comunicar e interpretar información y expresar los procedimientos utilizados y resultados obtenidos.
- Analizar el comportamiento de las funciones lineales desde sus representaciones en gráficos y fórmulas.

Aprendizajes y contenidos:

- Resolución de situaciones problemáticas que impliquen el uso de funciones lineales y su análisis.
- Gráfico de una recta conociendo su pendiente y ordenada al origen.
- Ceros o raíces de una función lineal.

Criterios e instrumento de retroalimentación: para la corrección de las actividades tendré en cuenta que la resolución esté completa, que los procedimientos aplicados sean ordenados, prolijos y claros y las respuestas estén bien formuladas.

La retroalimentación, a pedido de los estudiantes, se realizará por mensaje texto o audio de Whatsapp donde resaltaré los logros obtenidos, los aspectos a mejorar y cuestiones a revisar.

Entrega: Fecha límite de entrega 15 de Octubre. Me lo envías por WhatsApp al 3571457887. Estoy a tu disposición para las consultas que quieras realizar. **Recuerda enumerar las imágenes y tener en cuenta los tips para sacar las fotos y enviarlas (NO ES NECESARIO ENVIAR LAS FOTOS DE LA PROPUESTA, SOLO DEBES ENVIAR DE LAS RESOLUCIONES)**

¡Comenzamos!

En la propuesta anterior trabajamos con la definición de función, dominio, imagen, intervalos de crecimiento, decrecimiento y constantes. Para reforzar lo trabajado de intervalos los invito a ver el video que encontrarán en el siguiente link:

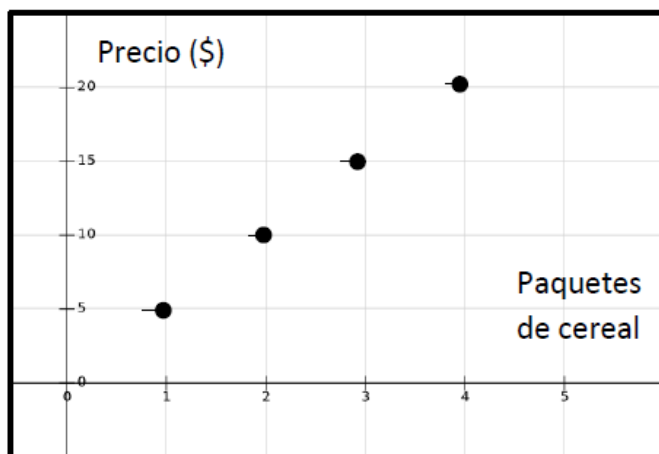
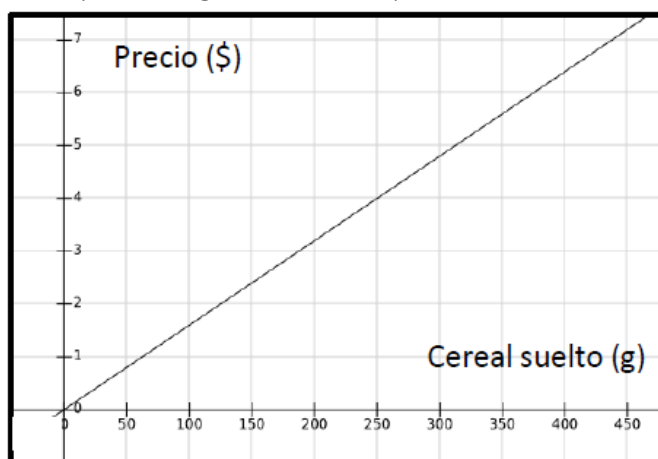
https://www.youtube.com/watch?v=yhdmoH_lyeU

En caso de no poder acceder al link me escriben y se los paso por Whatsapp.

La matemática no sólo se entrelaza constantemente con situaciones relacionadas con el saber científico, sino también con aquellas problemáticas surgidas en la vida cotidiana en las que distintas magnitudes están relacionadas entre sí, donde los valores de algunas de ellas dependen y están ligados a los valores de las demás, como por ejemplo el costo de un pasaje según la cantidad de kilómetros recorridos, el costo de un estacionamiento dependiendo del tiempo en que está estacionado el vehículo, la demanda de un producto según el precio al que se venda, etc.

Cuando deseamos realizar un gráfico de una función, además de tener en claro cuáles son las variables consideradas, debemos realizar un análisis más detallado de la situación para que el gráfico sea representativo.

En los siguientes gráficos, el precio depende de la cantidad de cereal que compramos, pero podemos observar una diferencia importante en dichos gráficos: en el primero se unieron los puntos con una recta y en el segundo, no. ¿A qué se debe esto?



En este ejemplo podemos observar que no tendría sentido comprar un paquete y medio de cereales, compramos uno o compramos dos paquetes. Es por eso que la función se representa por medio de puntos que vinculan la cantidad de paquetes con su precio. Diferente es el gráfico cuando compramos cereal por peso, podemos comprar 100 gr, 120 gr, 175 gr o la cantidad que deseemos y a partir de allí calcularemos su precio.

Debido a esto, luego de ubicar algunos puntos en el sistema de coordenadas, debemos preguntarnos si tiene sentido en cada situación unir o no dichos puntos.

Vemos que esta función solo toma valores positivos, tanto para la cantidad de cereales que compraremos como para su precio, es por eso que utilizamos solo el primer cuadrante del sistema de coordenadas.

Otra cuestión que debemos considerar es si el gráfico posee o no un punto inicial y uno final.

En este caso, ¿existe alguna cantidad mínima de cereales que podamos comprar? ¿Y una máxima?

Cantidad máxima no existiría, uno puede comprar la cantidad de cereal que desea, pero mínima sí.

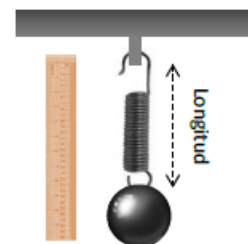
Al realizar un gráfico de una función tendremos en cuenta las siguientes cuestiones:

- ✓ Cuáles son las variables y su clasificación para ubicar siempre la independiente en el eje x.
- ✓ Si es posible o no unir los puntos ubicados inicialmente.
- ✓ Si existen un punto inicial y uno final.

Analizamos la siguiente situación...

La figura muestra un instrumento que permite medir el estiramiento de un resorte a medida que se le agregan distintas pesas (u otros objetos). La máxima longitud que puede lograrse sin deformar el resorte es 24 cm. La tabla muestra la relación existente entre los pesos en gramos y las longitudes, en centímetros, observadas en el resorte al realizar la experiencia.

Peso (gr)	Longitud (cm)
0	4
100	8
200	12
300	16
400	20
500	24

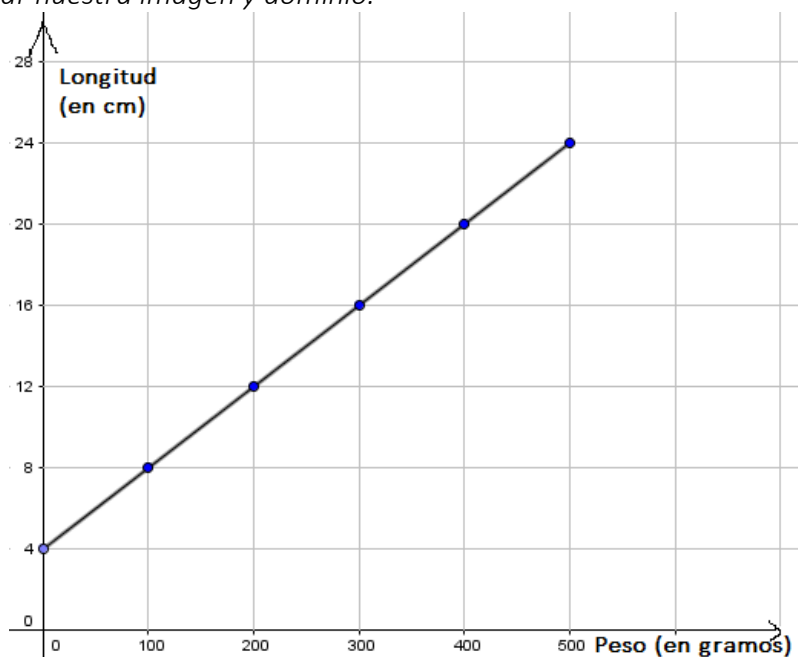


a. ¿Cuáles son, en este caso, las variables independiente y dependiente?

Como dice en el encabezado de la situación, la longitud del resorte depende del peso de los objetos o pesas, por lo tanto podemos deducir que la variable independiente es el peso expresado en gramos y la variable dependiente es la longitud que adquiere el resorte, expresada en centímetros.

b. Construye un gráfico, en un sistema de coordenadas cartesianas, que represente esta relación.

Observando lo que brinda de información el encabezado y la tabla, sabemos que la máxima longitud que puede lograrse sin deformar el resorte es 24 cm y esto se produce con 500 gramos por lo cual podemos acotar nuestra imagen y dominio.



En esta situación el dominio hace referencia al Peso en gramos que podemos colocarle al resorte, el peso mínimo es 0g y el peso máximo para que no se deforme es 500g. Esto lo escribimos con notación de intervalos de la siguiente manera $Dmf = [0; 500]$

La imagen hace referencia a la longitud del resorte, la longitud mínima es de 4cm y la máxima de 24cm, en notación de intervalos lo escribimos $Imf = [4; 24]$

c. ¿Es una función creciente, decreciente o constante?

Claramente es una función creciente en todo su dominio ya que a medida que se le coloca más peso es mayor el estiramiento del resorte, por lo tanto el intervalo de crecimiento es (0; 500), no hay intervalos de decrecimiento ni constantes en esta situación.

d. Escribe una fórmula que relacione la longitud del resorte según el peso proporcionado.

Podemos deducir que cada 100 gramos que agregamos de peso el resorte se estira 4cm, que se suman a los 4 cm originales que mide el resorte entonces podemos escribir esta relación de la siguiente manera:

$$y = \frac{4}{100}x + 4$$

Donde y representa la longitud del resorte, x representa la cantidad de gramos que agregamos, $4/100$ representa los 4 cm de longitud que se estira el resorte por cada 100 gramos de peso que se le incorpora y el 4 que está sumando es la longitud original del resorte.

Veamos...

Medida inicial del resorte = 4cm

Medida del resorte con 100 gramos: $y = \frac{4}{100} \cdot 100 + 4$ entonces $y = 8\text{cm}$

Medida del resorte con 200 gramos: $y = \frac{4}{100} \cdot 200 + 4$ entonces $y = 12\text{cm}$

e. ¿Cuál será la longitud del resorte si el objeto pesa 450 gr?

Por lo tanto si queremos calcular la longitud del resorte con el objeto que pesa 450gramos hacemos:

$$y = \frac{4}{100} \cdot 450 + 4 \quad \text{entonces } y = 22\text{cm}$$

Lo que quiere decir que si el objeto pesa 450 gramos el resorte se estira hasta 22cm.

f. ¿Cuánto pesará un objeto si el resorte se estira 6 cm?

En este caso tenemos el valor de la longitud (y), debemos calcular el peso del objeto (x) entonces:

$$6 = \frac{4}{100} \cdot x + 4$$

despejando x obtenemos que $x = 50$ gramos

¡Ahora es tu turno!

Dadas las siguientes situaciones: analiza, resuelve y grafica cuando se solicita.

1) La tarifa de una empresa de remises es de \$52 por la bajada de bandera y \$4,40 por cada cien metros recorridos.

- a) ¿Cuánto debo pagar si recorrí 1500 metros? ¿Y 3 kilómetros?
- b) Si Ana pagó \$140 ¿Cuántos metros recorrí?
- c) Graficar teniendo en cuenta el contexto del problema.
- d) Completa la tabla que está a continuación:

Distancia recorrida (en metros)	Precio a pagar
100	
200	
300	

400	
500	
600	

e) Escribe alguna expresión o fórmula que facilite el cálculo del precio a pagar de acuerdo a la cantidad de metros recorridos.

2) Una familia tiene que renovar el agua de su pileta. Conectan la bomba para vaciarla a las 9 de la mañana y cuando, a las 3 de la tarde, luego de funcionar siempre al mismo ritmo, la bomba termina, limpian el fondo y las paredes. Tardan 3 horas en limpiar la pileta, y comienzan a llenarla nuevamente. La capacidad de la pileta es de 30.000 litros.

a. ¿Podrías decir al cabo de 2 horas, qué cantidad de agua queda todavía en la pileta? ¿Y luego de 3 horas?

b. Completa la tabla registrando la cantidad de agua que queda en la pileta y el tiempo transcurrido. ¿Qué regularidad observas?

Tiempo (en horas)	Cantidad de agua que queda en la pileta (en litros)

c. Escribe una expresión o fórmula que vincule la cantidad de agua en la pileta con el tiempo transcurrido desde que empezó a vaciarse.

d. Representa en un gráfico de coordenadas cartesianas los valores registrados en la tabla.

3) Silvana, viajando en moto y siempre a la misma velocidad, en 3 horas recorre 240 km.

a) Completa la tabla.

Tiempo transcurrido (en horas)	3	4	5	6		0
Cantidad de kilómetros recorridos	240				120	

b) ¿A qué velocidad viaja?

c) Silvana inventó una fórmula que le permite calcular la distancia que recorre en función del tiempo. Con la letra D indica la distancia y con la letra T representa el tiempo. La fórmula que usa es la siguiente: $D = 80 \cdot T$

Decide si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o no. Pueden usar la tabla o la fórmula.

- Para saber cuántos kilómetros recorre Silvana en 5 horas, hay que reemplazar la T de la fórmula por 5 y hacer la cuenta $80 \cdot 5$
- Para saber cuántos kilómetros recorre en 7 horas, hay que reemplazar la D en la fórmula por 7 y hacer $80 : 7$.
- Para saber cuántos kilómetros recorre en 12 horas, hay que hacer $80 : 12$.
- Si $D = 800$, entonces $T = 10$.
- El número 80 indica la velocidad que lleva la moto.

Con las actividades trabajadas hasta el momento en esta propuesta hemos involucrado un tipo de función particular... la función lineal.

FUNCION LINEAL

Se denomina **función lineal** a toda función polinómica de la forma $y = ax + b$, siendo a y b números reales. La representación gráfica es una línea recta.

Los números a y b reciben el nombre de pendiente y ordenada al origen, respectivamente.

La fórmula $y = ax + b$ recibe el nombre de **ecuación explícita** de la recta

➤ La pendiente es la inclinación de la recta respecto del eje x. Representa el cociente entre la variación de la variable dependiente (Δy) y la variación de la variable independiente (Δx) de cualquier punto de la misma.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

siendo $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ las coordenadas de dos puntos que pertenecen a la función

➤ La ordenada al origen es el valor que toma la variable Y cuando X vale cero. Gráficamente es el valor de Y donde la recta interseca a el eje vertical. En la fórmula es el valor de **b**

➤ La raíz es el valor que toma la variable X cuando Y vale cero. Gráficamente es el valor de X donde la función interseca al eje horizontal. Analíticamente se obtiene reemplazando y por cero y despejando x.

Ejemplos de cómo graficar una función lineal observando la fórmula y utilizando tablas de valores.

<https://www.youtube.com/watch?v=AoZpzAoC1Qg>

<https://www.youtube.com/watch?v=jVx1jBJDEpY>

<https://www.youtube.com/watch?v=4cP5oXkv7BM>

Ejemplos de cómo graficar una función lineal observando la pendiente y la ordenada al origen.

<https://www.youtube.com/watch?v=9Gwpz1EPzgc>

Calculo de raíz de una función lineal.

<https://www.youtube.com/watch?v=Ar16tbVAijs>

Actividades

4) Dadas las siguientes funciones lineales:

$$a) y = \frac{1}{7}x + 4$$

$$b) y = 1 - \frac{1}{2}x$$

$$c) y = 6x - 2$$

$$d) y = -2x + 5$$

$$e) y = \frac{2}{5}x - 3$$

- Identificar en cada una el valor de la pendiente y ordenada al origen.
- Indicar si cada una es creciente o decreciente.
- Calcular la raíz.
- Graficar

¡Hasta la próxima propuesta!

Profe Naty.