MATEMÁTICA 6º AÑO

Profesora: Carina Rodríguez

PROPUESTA 6

Hola chicos…

Seguimos aprendiendo herramientas matemáticas para la resolución de situaciones. En esta propuesta encontrarán la solución a una parte de un problema de la propuesta anterior, que no fue fácil encontrar. Se hace a través de logaritmos, este tema será el protagonista de la propuesta 6. Habrá una explicación del tema con videos muy buenos, que sugiero ver detenidamente. Luego tendrán ejercitación. También la explicación de cómo usar la calculadora y al final, situaciones problemáticas para aplicar el tema visto.

Les recomiendo que se pongan con tiempo, paciencia y un poquito cada día, de esa manera no resultará pesado y podrán ir incorporando los conocimientos de a poco.

Estoy a su disposición, como siempre, para la consulta que quieran realizarme. Les mando un cálido abrazo virtual y los invito a poner lo mejor de ustedes… como siempre lo hacen…

Profe Carina.

Objetivo de esta actividad: **Reconocer al logaritmo como una herramienta inversa de las funciones exponenciales. Lograr resolver situaciones problemáticas utilizando logaritmos y sacar conclusiones a partir de los datos.**

Criterios e instrumento de retroalimentación: para corregir las actividades tendré en cuenta **que los ejercicios estén completos y desarrollados**. La retroalimentación será una **descripción del trabajo de cada estudiante**, en videollamadas grupales por WhatsApp donde motivaré al intercambio entre los estudiantes, resaltaré los logros obtenidos, los aspectos a mejorar y cuestiones a revisar.

Entrega: Tienes tiempo hasta el **15 de octubre** para subir la actividad a tu carpeta del Google Drive, en la carpeta "Matemática" con el nombre "Propuesta 6". ***Recuerden enumerar las imágenes y tener en cuenta los tips para sacar las fotos y enviarlas.***

Logaritmos….

Como continuación de las funciones exponenciales, en esta oportunidad vamos a aprender sobre logaritmos…

Si tomamos el último problema de la propuesta anterior, recuerdan??

Se considera que el hongo estará exterminado cuando las plantas infectadas ocupen menos de $1m^2$ de terreno. ¿Cuántos meses deberán pasar para que eso suceda?

Cómo podemos determinar ese resultado? Pudieron resolverlo en la propuesta anterior? Les cuento que existe una herramienta para resolver este tipo de situaciones…. Se llama LOGARITMOS y a continuación se los presento…

La **logaritmación** es una operación entre dos números reales *a* y *b*, llamados **base** y **argumento**, respectivamente, que se define como:

$$\boxed{\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \wedge a > 0 \wedge a \neq 1 \wedge b > 0}$$

$\log_2 16 = 4 \Leftrightarrow 2^4 = 16$

Existen dos logaritmos cuya notación es especial:

- el decimal (base 10), que se simboliza $\log_{10} b = \log b$;
- el natural o neperiano (base $e \cong 2{,}71$), que se simboliza $\log_e b = \ln b$

Aproximadamente.

Propiedades de los logaritmos

1. $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$

   $\log_3 1 = 0 \Leftrightarrow 3^0 = 1$

2. $\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$

   $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

3. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \wedge x > 0 \wedge y > 0$

   $\log_5 (5 \,.\, 25) = \log_5 5 + \log_5 25 = 1 + 2 = 3$

4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \wedge x > 0 \wedge y > 0$

   $\log_3 \frac{81}{27} = \log_3 81 - \log_3 27 = 4 - 3 = 1$

5. $\log_a b^n = n \,.\, \log_a b$

   $\log_6 216^4 = 4 \,.\, \log_6 216 = 4 \,.\, 3 = 12$

Para calcular logaritmos en los cuales el argumento no es potencia de la base, se debe recurrir a un **cambio de base**, utilizando logaritmos con bases convenientes o logaritmos decimales o neperianos, los cuales pueden resolverse con la calculadora científica.

6. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a}$

$$\log_{16} 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 16} = \frac{\log 8}{\log 16} = \frac{\ln 8}{\ln 16}$$

Te invito a ver estos videos que explican muy bien el tema…. Cuando ingresen al primer video van a ver que a la derecha está la lista de los que siguen, es decir hay varios videos que van explicando de manera continuada el tema. Pueden mirar todos los que les haga falta y además estaría buenísimo que a medida que los vean tomen nota de las explicaciones que los ayudará a resolver las actividades.

https://www.youtube.com/watch?v=pZTuEHrnOMg

https://www.youtube.com/watch?v=6kiXVr3mVp8

https://www.youtube.com/watch?v=m5qBf1qJjEo

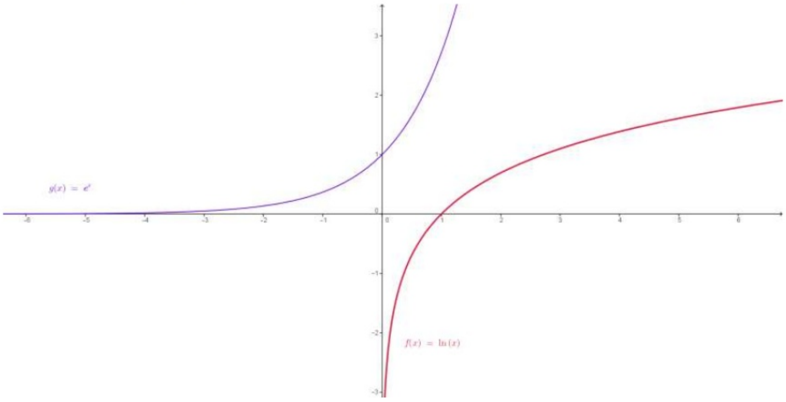
https://www.youtube.com/watch?v=EiOFGGhWLlY

Algunas consideraciones importantes

- El logaritmo de un número menor o igual a cero no existe.
- El logaritmo de 1 siempre es 0, independientemente de la base
- Si no se indica la base de un logaritmo, se trata de un logaritmo decimal (base 10)
- El logaritmo neperiano tiene por base el número real **e**. El logaritmo neperiano se indicará cómo **ln**.

GRAFICA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

Cómo hemos podido comprobar, los logaritmos y las potencias tienen relación, de hecho la función logarítmica y la función exponencial son inversa una de la otra.



Primeros ejemplos: aplicación de la definición

$log_3 9 = 2$ **pues** $3^2 = 9$

$log_5 125 = 3$ **pues** $5^3 = 125$

$log_7 7 = 1$ **pues** $7^1 = 7$

$log_2 1 = 0$ **pues** $2^0 = 1$

$log_2 \frac{1}{8} = -3$ **pues** $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Después de hacer un recorrido conociendo la herramienta, te propongo que comiences con los cálculos…

Actividad 1: Halla el valor de X

a) $\log_2 64 = x$ **b)** $\log_2 8 = x$ **c)** $\log_x 125 = 3$

d) $\log_2 x = 3$ **e)** $\log_x 16 = 4$ **f)** $\log_{1/2} 4 = x$

g) $\log_5 x = 2$ **h)** $\log_3 x = 1$ **i)** $\log_x 81 = 4$

j) $\log_x 7 = -2$ **l)** $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$ **n)** $\log_3 x = -2$

k) $\log_x 0{,}01 = -2$ **m)** $\log_2 x = -\frac{1}{2}$ **ñ)** $\log_{1/8} x = 1/3$

Los logaritmos se pueden resolver con cualquier la calculadora científica… 

El siguiente video explica paso a paso cómo se hace!!!! Además tiene algunos ejercicios para que practiquen…

https://www.youtube.com/watch?v=OI0-tCIwBao&app=desktop

Actividad 2: Utilizando la calculadora, y aplicando propiedades si es necesario resuelve….

$a)\ \log_2 4$

$b)\ \log_3 9$

$c)\ \log_2 32$

$d)\ \log 1000$

$e)\ \log_2 0.8$

$f)\ \log_7 \sqrt{7}$

$g)\ \log_3 \sqrt[3]{81}$

$h)\ \log_{1/3} 100$

$i)\ \log_3 \log_5 125$

Ahora en la última parte de la propuesta retomamos el problema de la propuesta 4 y lo resolvemos aplicando logaritmos….

Se considera que el hongo estará exterminado cuando las plantas infectadas ocupen menos de 1m^2 de terreno. ¿Cuántos meses deberán pasar para que eso suceda?

La fórmula de este problema es:

$P(t) = 4000 . 0,5^{t}$

Para calcular cuando ocupen menos de 1 metro cuadrado escribiremos lo siguiente:

$1 = 4000 . 0,5^{t}$

Lo que debemos averiguar es t. es decir el timepo en que eso sucederá en meses. Entonces…

Primero hacemos pasaje de términos, a 4000 lo pasamos dividiendo al lado izquierdo:

$1/4000 = 0{,}5^{t}$

$0{,}00025 = 0{,}5^{t}$

APLICAMOS LOGARITMOS…….

$\log 0{,}00025 = \mathbf{t} \cdot \log 0{,}5$

CALCULAMOS CON LA CALCULADORA…

$-3{,}6 = \mathbf{t} \cdot -0{,}30$

DESPEJAMOS **t**

$-3{,}6 / -0{,}30 = \mathbf{t}$

t= 12 MESES

Con esto podemos ver que para este tipo de situaciones se utiliza logaritmos para llegar a la solución…

Actividad 3: AHORA…. A ENCONTRAR LA SOLUCIÓN A LAS SIGUIENTES SITUACIONES…

1) El servicio de control de calidad de una empresa que fabrica lavarropas ha comprobado que el porcentaje de lavadoras que sigue funcionando al cabo de **t** años viene dado por la función $f(t)= (8/9)^{t}$.
   a) ¿Qué proporción de lavadoras siguen funcionando después de 5 años? ¿Y después de 15?
   b) ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que funcionen el 40% de las lavadoras fabricadas?

2) El creciemiento de un bosque viene dado por la función $F(t)= A.(1+i)^{t}$, donde **F** es la madera que habrá dentro de t años. **A** la madera actual**, i** la tasa de crecimiento anual. Si la tasa de crecimietno anual es i= 0,02 , calcula el tiempo que tardará en duplicarse la madera del bosque.

3) Calcula el tiempo que tengo que tener $25000 al 6% de interés si quiero obtener $8000 de beneficio? La función para este cálculo está dada por $Cf = Ci \cdot (1 + i)^{t}$. Donde **Cf** es capital final, **Ci** capital inicial, **i** la tasa de interés y **t** el tiempo.

4) La presión atmosférica P varía con una altitud h sobre la superficie de la tierra. Para altitudes por debajo de 10 km, la presión P medida en mm de Hg) está dada en forma aproximada por:

$$P = 760 \cdot e^{-0{,}125.h}$$ donde h está en km.

A – Encuentra P a una altitud de 7,3 km.
B - ¿Qué presión atmosférica habrá en la cima del Aconcagua?
C - ¿Qué presión atmosférica hay en el nivel del mar?
D - ¿A qué altitud la presión será de 400 mm de Hg?

5) A una persona se le inyectan 250 mg de penicilina. La cantidad de penicilina (en mg) presente en el cuerpo al transcurrir el tiempo está dada por $f(t) = 250 \cdot e^{-2/3 \cdot t}$, siendo t el tiempo en horas.

a) ¿Cuántos mg de penicilina posee el cuerpo en el momento de aplicarse la inyección?
b) ¿Cuántos mg de penicilina se encuentran en el cuerpo pasadas 3 hs? y 6 hs? y 8 hs?
c) Si el cuerpo contiene 80 mg de penicilina ¿Cuánto tiempo pasó desde que se le aplicó la inyección?

6) La población de una colonia de células aumenta exponencialmente cada hora respecto de su población actual. La población inicial es de 2500 células y la tasa de crecimiento por hora es del 15%
   A) Escribe la fórmula que representa la situación

B) ¿Cuál es la población a las: 8 horas, 12 horas y en 1 día?

C) ¿Qué cantidad de horas deberán pasar para que haya 500.000 células?

7) La población de un virus aumenta exponencialmente cada día los contagios en animales. Una fórmula para su cálculo desde el momento cero es:

$$\mathbf{C(x) = 1{,}12^{\,t}}$$

a) ¿Qué cantidad de personas había contagiadas a los 60 días? ¿Y después de 150 días?
b) ¿En cuánto tiempo los contagios alcanzan el millón de animales?

Hasta acá llegamos en esta propuesta…el tema continuará…