

MATEMÁTICA 3º AÑO A Y B

Profesora: Natalia Rodríguez

PROPUESTA 5

SEGUIMOS APRENDIENDO DESDE CASA...



¡Hola queridos estudiantes! ¿Cómo están?

Nos volvemos a encontrar para seguir aprendiendo juntos desde casa. En esta oportunidad, les propongo compartir una receta de cocina y analizar en ella la posibilidad de aumentar o disminuir las cantidades de harina, azúcar o esencias, sin que cambien el sabor y la textura. Hay un perfume en toda la casa, y apenas pasamos por la puerta, adivinamos qué están preparando. Sentimos ese olorcito a limón, a chocolate o a vainilla que nos transporta a una merienda familiar compartida.

Recorramos esta secuencia de problemas que nos ayudarán a calcular cuánta harina o cuántos huevos necesitaremos en la elaboración de una deliciosa torta para muchos comensales, o comensales de buen comer, a partir de una receta indicada para 10 porciones.

Les mostraré cómo la matemática nos ayuda a modificar las cantidades que intervienen en una receta de cocina, cuando queremos hacer la preparación para más o menos personas, según lo necesitemos. También nos encontraremos con herramientas que nos permitan determinar qué molde podemos utilizar para esa preparación, aunque sus medidas nos sean exactas a las del molde propuesto en la receta.

Espero que les gusten las actividades, ¡a mí me encantó prepararlas para ustedes!

¡Comencemos!

Objetivos de esta propuesta:

- Usar números racionales para resolver problemas extramatemáticos e intramatemáticos.
- Utilizar y analizar magnitudes de proporcionalidad directa e inversa para resolver problemas extramatemáticos.

Aprendizajes y contenidos:

- Selección y justificación de distintos contextos de fracciones, -entre ellos la fracción como medida y en contexto de la proporcionalidad- de acuerdo con la necesidad que imponga el problema a resolver.
- Justificación de la razonabilidad del resultado de acuerdo con la necesidad que impone el problema.
- Reconocimiento y diferenciación de propiedades de relaciones directa e inversamente proporcionales

Criterios e instrumento de retroalimentación: para la corrección de las actividades tendré en cuenta que la resolución esté completa, que los procedimientos aplicados sean ordenados, prolijos y claros y las respuestas estén bien formuladas.

La retroalimentación se realizará por videollamadas grupales, utilizando la aplicación Google Meet, donde fomentaré el intercambio entre los estudiantes, resaltaré los logros obtenidos, los aspectos a mejorar y cuestiones a revisar.

Entrega: Fecha límite 02 de Septiembre. Me lo envías por WhatsApp al **3571457887**. Estoy a tu disposición para las consultas que quieras realizar. **Recuerda enumerar las imágenes y tener en cuenta los tips para sacar las fotos y enviarlas.**

Recetas y matemáticaⁱ

Con aroma a limón

Cocinar para nosotros y para otros es una manera de expresar cariño, de convidarles algo rico a los demás y de tener una excusa para compartir una buena conversación. Muchas veces esos aromas nos traen recuerdos de momentos, de personas o de lugares.

Las recetas que usamos para preparar tortas, postres o alguna comida siempre están pensadas para una cantidad concreta de porciones. Si necesitamos hacerla para un número diferente de invitados, debemos tener cuidado de no modificar la proporción con los demás ingredientes, es decir, no duplicar la cantidad de huevos solamente y poner la cantidad original de azúcar. Seguramente, nos va a quedar desabrida la preparación, y hasta es posible que el resultado no se parezca en nada a lo que deseábamos hacer.

Ahora, vamos a descubrir juntos cómo modificar las cantidades, sin que se altere esa exquisita preparación que queremos realizar para compartir en familia o disfrutar solos cuando terminemos las tareas.



Bizcochuelo de limón

Lean la siguiente lista de ingredientes, para hacer un bizcochuelo de limón de una receta que figura en un libro de cocina:

Bizcochuelo de limón tradicional
(10 porciones)

- ✓ 5 huevos.
- ✓ 1 taza (de té) de azúcar.
- ✓ Ralladura de 2 limones y jugo de 1 limón.
- ✓ 5 cucharadas soperas de aceite.
- ✓ 1 y ½ tazas (de té) de harina leudante.

Nota: Pueden reemplazar la ralladura y el jugo de limón por 10 cucharadas soperas de chocolate.

1) Imaginen que quieren cocinar ese bizcochuelo, pero para que rinda veinte porciones, ¿qué cantidad de cada ingrediente sería necesario? ¿Y si fueran 30? ¿Y si fueran 40? Copien y completen la siguiente tabla en sus carpetas, o en el material si lo tienen impreso. No se olviden de escribir también los cálculos que realizaron.

Cantidad de porciones	Huevos	Jugo de limón	Ralladura de limón	Azúcar	Harina	Aceite
10	5	1	2	1 taza	1 y 1/2 taza	5 cucharadas
20						
30						
40						

2) Si tuvieran que explicarle a alguien cómo hicieron para completar la tabla, ¿qué le dirían? Escriban esta explicación en sus carpetas.

3) Para hacer un mini bizcochuelo con solo un huevo, ¿qué cantidad de ralladura de limón y qué cantidad de jugo serán necesarias?

4) Al comenzar a preparar los diferentes ingredientes, María estaba ansiosa por usar la balanza de cocina que tenía en su casa. Buscando en Internet, encontró que una taza de azúcar equivale aproximadamente a 250 g y una taza (de igual tamaño) equivale a unos 150 g de harina. Para hacer un mini bizcochuelo con solo un huevo, ¿qué cantidad de azúcar y de harina necesita?



5) María decide hacer el bizcochuelo de chocolate. Si usa un huevo, ¿cuántas cucharadas de chocolate necesita poner?

6) Juan, su hermano, dice que si se saben las cantidades de ingredientes para 10 y 20 porciones, en el caso de que quieran hacer un bizcochuelo de 30 porciones, no hace falta multiplicar ni dividir. ¿Estás de acuerdo con Juan? ¿Por qué? ¿Cómo lo harías?

Directamente proporcionales

En la actividad anterior, calcularon que **para el doble** de porciones necesitan **el doble** de cada ingrediente; para hacer la **mitad**, utilizarían **la mitad** de la cantidad de cada ingrediente que pide la receta. También comprobaron que **a la suma** de los valores de uno de los ingredientes, le corresponde **la suma** de las cantidades correspondientes de otro también.

Podemos decir, entonces, que las **magnitudes** que utilizamos (cantidad de huevos, azúcar, harina, etc.) se relacionan de manera **directamente proporcional**.

Para comprender mejor esta idea, tomemos dos de esas magnitudes (cantidad de huevos y de azúcar) y busquemos la relación que existe entre sus valores.

En la receta, se indica utilizar **5 huevos para 250 g** (1 taza) de azúcar. Si lo escribimos matemáticamente usando una **razón** (cociente entre esos valores) quedaría $\frac{5}{250}$. Al simplificar la expresión, queda $\frac{1}{50}$. Eso quiere decir que la preparación lleva 1 huevo cada 50 g de azúcar.

Constante de proporcionalidad

Cómo han podido observar, la receta requiere 1 huevo cada 50 g de azúcar. A esa relación la escribimos así: $\frac{1}{50}$. ¿Esta relación se cumplirá cuando preparamos el doble, el triple o la mitad de porciones?

1) Utilicen la información necesaria de la tabla anterior y calculen la razón para cada una de las cantidades. Si no completaron la tabla en sus carpetas o en el material impreso, este es el momento para hacerlo.

Porciones	Huevos	Azúcar	Razón ($\frac{\text{cantidad de huevos}}{\text{gramos de azúcar}}$)
10	5	250 g	$\frac{1}{50}$
20			
30			
40			
2			

2) Observen las razones calculadas ¿Qué conclusión pueden obtener?

Para recordar:

Seguramente, se dieron cuenta de que las razones que obtuvieron en la última columna son fracciones equivalentes, es decir, todas son iguales a $\frac{1}{50}$. Este valor es la **constante de proporcionalidad o valor unitario** que relaciona la cantidad de huevos con la de azúcar para este bizcochuelo. Dicha relación se

deberá mantener para cualquier número de porciones del bizcochuelo, ya que son magnitudes directamente proporcionales.

También es posible calcular otra constante de proporcionalidad que relaciona la cantidad de azúcar con la de huevos. Para ese caso, la expresamos de la siguiente manera: $\frac{250}{50}$, que equivale a $\frac{50}{1}$. Esto significa que por cada 50 gramos de azúcar, usaremos un huevo.

3) a) Calculen la constante de proporcionalidad que relaciona la cantidad de huevos con las cucharadas de aceite. Completen, en sus carpetas, la siguiente tabla:

Porciones	Huevos	Aceite	Razón ($\frac{\text{cucharadas de aceite}}{\text{cantidad de huevos}}$)
10	5	5 cucharadas	
20			
30			
40			
2			

b) ¿Qué significa la razón que obtuvieron?

c) Teniendo en cuenta la constante calculada anteriormente, completen la siguiente tabla:

Cantidad de huevos	Cucharadas de aceite
dos docenas	
30 huevos	
1 huevo	

¡Importante!

Dos magnitudes son directamente proporcionales, cuando la **razón** entre los valores correspondientes de ambas magnitudes se mantiene **constante**.
A esa razón se la denomina **constante de proporcionalidad directa**.

Propiedades: se pueden utilizar para calcular los valores correspondientes de una de las variables.

La constante de proporcionalidad nos permite calcular el valor correspondiente de una cantidad, realizando una multiplicación. Por ejemplo, queremos saber cuántos huevos necesitamos para 750 g de azúcar. La constante de proporcionalidad es $\frac{1}{50}$. Por lo tanto, realizamos la siguiente operación: $750 \times \frac{1}{50} = 15$

Al doble de una cantidad le corresponde el doble de la otra, al triple le corresponde el triple y a la mitad, la mitad.

PORCIONES	HUEVOS
10	5
20	10

x2

A la suma de dos cantidades de una magnitud le corresponde la suma de las dos cantidades correspondientes de la otra magnitud.

PORCIONES	HUEVOS
10	5
20	10
30	15

10+20

5+10

REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

La **regla de 3 simple** es una combinación entre una multiplicación y una división que nos ayuda a resolver rápidamente problemas de **proporcionalidad**.

Para utilizar una regla de tres simple **necesitamos 3 datos**: dos magnitudes proporcionales entre sí, y una tercera magnitud. A partir de estos, **averiguaremos el cuarto término** de la proporcionalidad. (Este cuarto término es nuestra incógnita, el dato que necesitamos conocer. Básicamente utilizaremos lo trabajado con ecuaciones años anteriores)

Veamos algunos ejemplos de cómo aplicarla:

Sabemos que en 50 litros de agua de mar hay 1300 gramos de sal. Queremos determinar ¿cuántos litros de agua de mar contendrán 5200 gramos de sal?

Como en doble cantidad de agua de mar habrá doble cantidad de sal; en triple, triple, etc. Las magnitudes *litros de agua* y *gramos de sal* son **directamente proporcionales**.

Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal podemos formar la siguiente tabla:

Litros de agua	Gramos de sal
50	1300
X	5200

Se verifica la proporción: $\frac{50}{1300} = \frac{x}{5200}$

Despejando X obtenemos: $\frac{50 \cdot 5200}{1300} = x$

Por lo tanto $x = 200$. Quiere decir que 200 litros de agua de mar contendrá 5200 gramos de sal.

En la práctica esto se suele disponer del siguiente modo:

$$\left. \begin{array}{l} 50 \text{ litros} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 1300 \text{ gramos} \\ X \text{ litros} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 5200 \text{ gramos} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 5200}{1300} = 200$$

Esta forma de plantear y resolver problemas sobre proporciones se conoce con el nombre de **regla de tres simple directa**.

Veamos otro ejemplo:

Un auto gasta 5 litros de combustible por cada 100 km que recorre. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el auto?

$$\left. \begin{array}{l} 5l \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 100 \text{ km} \\ 6l \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad x \text{ km} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 100}{5} = 120$$

Luego con 6 litros el auto recorrerá 120 km

ACTIVIDADES:

- 1) Con un tamaño de letra se escribe una redacción de 130 renglones colocando 40 letras por renglón. Si se colocaran 50 letras por renglón, ¿Cuántos renglones ocuparía esa redacción?
- 2) Si 200 g de leche entera tiene aproximadamente 116 calorías, ¿Cuántas calorías tienen 375g?
- 3) Un tanque con una capacidad de 90 litros de agua está vacío. En un momento dado comienza a ingresar agua a razón de 6 litros por minuto.
 - ¿Qué cantidad de agua hay al cabo de 5 minutos? ¿y al cabo de 10 minutos?
 - ¿Cuántos minutos demora en llenarse el tanque?
- 4) Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 20 minutos. ¿Cuántas botellas llenará en una hora y media?
- 5) Sonia ha cobrado por repartir propaganda durante cinco días \$3950. ¿Cuántos días deberá trabajar para cobrar \$11.060?
- 6) Al llegar al hotel nos han dado un mapa con los lugares de interés de la ciudad, y nos dijeron que 5 centímetros del mapa representaban 600 metros de la realidad. Hoy queremos ir a un parque que se encuentra a 8 centímetros del hotel en el mapa. ¿A qué distancia del hotel se encuentra este parque?
- 7) En una panadería, con 80 kilos de harina hacen 120 kilos de pan. ¿Cuántos kilos de harina serían necesarios para hacer 99 kilos de pan?
- 8) Una canilla llena una pileta de 5400 litros en 5 horas.
 - a) ¿Cuántos litros de agua arroja la canilla en 18 minutos?
 - b) ¿Y cuántos, en 2h 40 minutos?
 - c) ¿Cuánto tarda en arrojar 1350 litros?
 - d) ¿Y cuánto en arrojar 3420 litros?

Veamos que sucede en otras situaciones:

El kg de manzanas cuesta \$ 50 y, si no hay ninguna promoción, al llevar 2 kg pagaremos el doble. Si llevamos 10 kg, pagaremos diez veces el precio por kg. Esto quiere decir que el precio por kg y la cantidad de kg de manzana se relacionan de forma directa.

Podemos calcular la constante de proporcionalidad así: $\frac{\text{precio}}{\text{cantidad de kg}} = \frac{50}{1} = 50$.

¿Qué sucede si la verdulería realiza la siguiente oferta? ¿Se mantiene la proporcionalidad y la constante de 50?



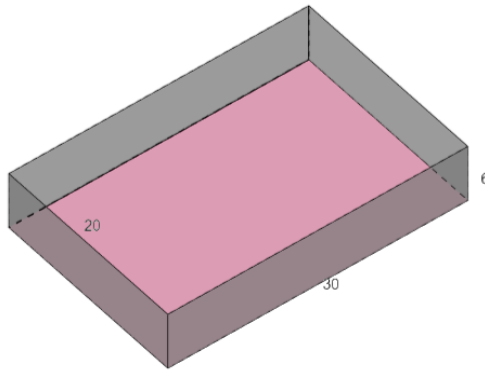
Para recordar

En la vida cotidiana, encontramos cantidades que se relacionan de forma directamente proporcional y otras que no. Para estar seguro de que las magnitudes son directamente proporcionales, recurrimos al cálculo de la constante de proporcionalidad o a comprobar si se cumplen las propiedades.

Inversamente proporcionales

Volviendo a la receta del bizcochuelo...

Imaginen que preparan la receta, y luego de tener todos los ingredientes mezclados deben hornear la preparación. Se quiere utilizar un molde de base rectangular, como el que figura a continuación:



Medidas

- 20 cm de ancho.
- 30 cm de largo.
- 6 cm de alto.

Si no tienen uno igual y deciden cambiarlo por otro molde, también de base rectangular e igual altura, ¿qué dimensiones podrían tener el ancho y largo de la base para que el volumen sea equivalente (la altura del molde no cambia)?

Dato a recordar: el volumen de un prisma (como nuestro molde) se calcula multiplicando sus tres dimensiones:

$$\text{Volumen} = \text{ancho} \times \text{largo} \times \text{altura} = 20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 3.600 \text{ cm}^3$$

Si no variamos la altura y queremos mantener constante el volumen, podemos modificar el ancho y el largo del molde. Aun así, ¡cuidado! debemos encontrar anchos y largos que nos permitan conservar el volumen.

1) Manteniendo constante la altura del molde, respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto medirá el largo del molde si el ancho ahora es de 60 cm?
- ¿Y si es de 10 cm el nuevo ancho?
- ¿Hay otros largos y anchos posibles?
- Completen esta tabla:

Ancho	Largo
20 cm	30 cm
15 cm	
60 cm	
	25 cm

2) Observen la tabla, y respondan en sus carpetas:

- Al mantener constante la altura y el volumen, ¿qué sucede con el ancho del molde si duplicamos su largo?
- Al mantener constante la altura y el volumen, ¿qué sucede con el ancho del molde si reducimos a la mitad su largo?
- Completen la siguiente tabla:

Ancho	Largo	Largo x ancho
20 cm	30 cm	$20 \times 30 = 600$
15 cm		
60 cm		
	25 cm	

En este caso, 600 es la **constante de proporcionalidad inversa**.

- d) ¿Cómo harían para saber si dos medidas pueden o no ser las de un molde de 6 cm de altura, de manera que no se modifique el volumen inicial de 3600 cm^3 ? Escriban una explicación en sus carpetas.
- e) Al mantener constante la altura y el volumen, ¿es posible que el molde tenga las dimensiones: 50 cm de ancho por 10 cm de largo? ¿Por qué?

Para poder conservar el volumen constante sin cambiar la altura, deben aumentar el ancho cuando el largo disminuye y viceversa. Sin embargo, con eso solo no alcanza. Al usar un largo de 60 cm, que es **el doble** del original (30 cm), tenemos que utilizar un ancho que sea **la mitad** del original de 20 cm.

La medida original es $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$



si duplicamos el largo del molde original, el largo nuevo será de 60cm. Entonces, el cálculo que debemos realizar para obtener el ancho nuevo es



ancho nuevo $\times 60 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$

Al resolverlo, nos da



ancho nuevo = $600 \text{ cm}^2 : 60 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

Como pudieron observar, el valor de este nuevo ancho corresponde a la mitad de la medida del ancho del molde original. Al completar la tabla, comprobarán que el producto entre los anchos y largos (correspondientes) se mantiene igual a 600, es decir, constante.

¡Importante!

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, cuando el producto entre los valores correspondientes de cada magnitud se mantiene constante. A ese producto se lo denomina **constante de proporcionalidad inversa**.

Veamos otros ejemplos de magnitudes inversamente proporcionales:

- La **cantidad de días** para construir una pared y la **cantidad de obreros** que realizan el trabajo. Si 10 obreros demoran 5 días en levantar la pared, 5 obreros (la mitad) demorarán 10 días (el doble) trabajando al mismo ritmo.
 - La **velocidad de un vehículo** y el **tiempo que demora** en recorrer una distancia fija. Un auto que viaja a 40 km/h demora media hora en hacer un recorrido. Si lo hubiera hecho a 120 km/h habría demorado 10 minutos (suponiendo que la distancia se mantuvo constante).
- 3) Escriban en sus carpetas otros dos ejemplos de magnitudes inversamente proporcionales, y expliquen por qué creen que lo son.

Continuará...

Estoy a disposición de ustedes para las consultas que quieran realizarme.
Les mando un cálido abrazo virtual.

¡Hasta la próxima propuesta!

Profe Naty

ⁱ Parte de las actividades de esta secuencia fueron extraídas de <https://tuescuelaencasa.isep-cba.edu.ar/educaci%C3%B3n-secundaria>