MATEMÁTICA 4º AÑO

PROPUESTA 3

En esta ***Propuesta* 3** voy a utilizar el proceso de retroalimentación en sus actividades. Para ello, es necesario tener un registro de sus actividades, para poder apoyar y acompañar el trabajo de cada uno de ustedes y me permita identificar sus fortalezas, logros y aspectos a mejorar. Por ejemplo: hacerlo a través de audios, de video, de una videoconferencia, fotos, chat o subir sus archivos en Drive y compartirlo.
Fecha límite de entrega es hasta la **semana del 11 al 15 de mayo**.

ECUACIONES

Una igualdad compara dos expresiones matemáticas mediante el signo igual (=).
Observa estas igualdades: 5 + 4 = 9
x - 5 = 7 - x
• Clasifica cada igualdad según sea numérica o algebraica.

Igualdades y ecuaciones

Las igualdades pueden ser numéricas, si solamente comparan números relacionados mediante las operaciones, o algebraicas, si comparan expresiones que involucran **números y letras**. De acuerdo con el cuadrito, la igualdad 5 + 4 = 9 es numérica, mientras que la igualdad x - 5 = 7 - x es algebraica.

Las **ecuaciones** son igualdades algebraicas que, al sustituir las letras por ciertos valores, se convierten en igualdades numéricas.

Las **soluciones de una ecuación** son los valores que pueden tomar las incógnitas, de manera que al sustituirlos en la ecuación se satisface la igualdad.

Ejemplo

Para verificar que x = 9 es solución de la ecuación 5x + 22 = 2x + 49, se reemplaza ese valor en la ecuación dada. Observa:

$$5x + 22 = 2x + 49$$
$$5(9) + 22 = 2(9) + 49$$
$$45 + 22 = 18 + 49$$
$$67 = 67$$

Como la igualdad se satisface, entonces se afirma que x = 9 sí es solución de la ecuación 5x + 22 = 2x + 49.

Ecuaciones Equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. Para obtener una ecuación equivalente a otra dada, se aplican estas propiedades:

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta el mismo número o una misma expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente.
- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por un número distinto de 0, se obtiene otra ecuación equivalente.

Ejemplo

Las ecuaciones **3x + 10 = 25** y **5x = 25** son equivalentes, ambas tienen como solución el valor x = 5.

Observa:

$3 \cdot (5) + 10 = 25$ $\qquad\qquad$ $5 \cdot (5) = 25$

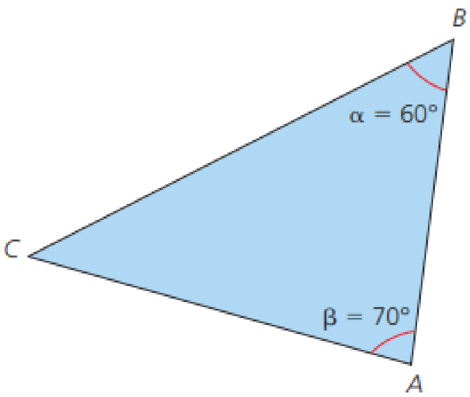
Ejemplo

Resuelve 5x + 22 = 2x + 49.

Para llegar a la solución de la ecuación, mediante un razonamiento lógico, se aplican las propiedades estudiadas.

$5x + 22 = 2x + 49$	Se parte de la ecuación dada.
$5x + 22 - 22 = 2x + 49 - 22$	Se resta 22 a los dos miembros.
$5x = 2x + 27$	Se realizan las operaciones.
$5x - 2x = 2x - 2x + 27$	Se resta $2x$ a los dos miembros.
$3x = 27$	Se reducen términos semejantes.
$\left(\frac{1}{3}\right)(3x) = \left(\frac{1}{3}\right)(27)$	Se multiplican por $\frac{1}{3}$ los dos miembros.
$x = 9$	Se simplifica y se obtiene la solución.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita



En la figura se observa que $\hat{a}$ y $\hat{\beta}$ son ángulos internos del triángulo ABC. Escribe una ecuación que permita calcular la medida del ángulo c.

SOLUCIÓN

La suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a 180º y, como en el triángulo ABC la suma de los ángulos A y B es igual a 130º, para calcular la medida del ángulo C se puede plantear una ecuación como la siguiente:

Medida del $\angle C$

$$x + 130° = 180°$$

Suma de las medidas de $\angle A$ y $\angle B$

$$x = 180° - 130°$$

$$x = 50°$$

Ecuaciones de primer grado con la incógnita en más de un término

Cuando una **ecuación** tiene la incógnita en más de un término, se reducen términos semejantes para llegar a resolver una ecuación de la forma general ax + b = c

Ejemplo

Para resolver la ecuación x + x + 1 = 11, se procede de esta forma:

$$\begin{aligned}
x + x + 1 &= 11 \longleftarrow \text{Se agrupan las incógnitas y los términos independientes.}\\
x + x &= 11 - 1 \longleftarrow \text{Se reducen los términos semejantes.}\\
2x &= 10 \longleftarrow \text{Se simpifica dividiendo entre 2.}\\
x &= 5
\end{aligned}$$

Ecuaciones de primer grado con paréntesis

Para eliminar los paréntesis de una ecuación, se aplica la propiedad distributiva. Si antes del paréntesis no hay un coeficiente, se considera que este es 1.

Ejemplo

Para resolver la ecuación $4(x+2)-7(x-2)=x+6$, el primer paso es obtener una ecuación equivalente sin paréntesis.

$$\begin{aligned}
4(x+2) - 7(x-2) &= x + 6 \longleftarrow \text{Se parte de la ecuación.}\\
4x + 8 - 7x + 14 &= x + 6 \longleftarrow \text{Se aplica la propiedad distributiva.}\\
-3x + 22 &= x + 6 \longleftarrow \text{Se reducen los términos semejantes.}\\
22 &= 4x + 6 \longleftarrow \text{Se adiciona } 3x \text{ en ambos miembros de la ecuación.}\\
x &= 4 \longleftarrow \text{Se sustrae 6 en ambos miembros, se transponen términos y se simplifica dividiendo entre 4.}
\end{aligned}$$

Para resolver la ecuación $\frac{-2}{5}(10x-5)+6=4(x-2)$, se pueden tener en cuenta los siguientes pasos:

$$\begin{aligned}
-\frac{2}{5}(10x - 5) + 6 &= 4(x - 2) \longleftarrow \text{Se parte de la ecuación dada.}\\
-4x + 2 + 6 &= 4x - 8 \longleftarrow \text{Se aplica la propiedad distributiva.}\\
-4x + 8 &= 4x - 8 \longleftarrow \text{Se simplifican términos semejantes.}\\
-8x &= -16 \longleftarrow \text{Se suman } -4x \text{ y } -8 \text{ en ambos miembros de la igualdad y se reducen términos semejantes.}\\
x &= 2 \longleftarrow \text{Se divide entre } -8 \text{ en ambos miembros de la igualdad.}
\end{aligned}$$

Ecuaciones de primer grado con denominadores

Para eliminar los denominadores de una ecuación, se multiplican los dos miembros de esta por un múltiplo común de los denominadores. La ecuación equivalente más sencilla se obtiene al multiplicar por el mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones dadas.

Ejemplo

Para resolver la ecuación $\frac{x}{2}+\frac{3x}{4}-\frac{5x}{6}=30$, el primer paso es obtener una ecuación equivalente sin denominadores. Esto se consigue multiplicando la ecuación por cualquier múltiplo común de los denominadores.

$\frac{x}{2}+\frac{3x}{4}-\frac{5x}{6}=30$ ← Se parte de la ecuación dada.

$\frac{12x}{2}+\frac{36x}{4}-\frac{60x}{6}=360$ ← Se multiplica, por ejemplo, por 12, en ambos miembros de la igualdad.

$6x+9x-10x=360$ ← Se simplifican las fracciones.

$5x=360$ ← Se reducen términos semejantes.

$x=72$ ← Se simplifica dividiendo entre 5 ambos términos.

Para resolver la ecuación $\frac{x+1}{3}+\frac{x+2}{7}$ = 2, se pueden tener en cuenta los siguientes pasos:

$\frac{x+1}{3}+\frac{x+2}{7}=2$ ← Se parte de la ecuación original.

$21\left(\frac{x+1}{3}+\frac{x+2}{7}\right)=21\cdot 2$ ← Se multiplican por 21 ambos miembros de la igualdad.

$7(x+1)+3(x+2)=42$ ← Se simplifican los denominadores.

$7x+7+3x+6=42$ ← Se aplica la propiedad distributiva.

$10x=29$ ← Se reducen términos semejantes.

$x=\frac{29}{10}$ ← Se dividen ambos lados de la igualdad entre 10.

Problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita

Ayer un niño gastó \$3 y hoy sus padres le dieron \$5. Ahora tiene \$7. ¿Cuánto dinero tenía ayer antes de gastarse los \$3?
Si se llama **x** al dinero que tenía el niño ayer antes de gastarse los \$3, se puede plantear la siguiente ecuación.

$$x-3+5=7$$

Luego:

$$x=7+3-5$$
$$x=5$$

Por lo tanto, el niño tenía \$5.

LENGUAJE VERBAL Y LENGUAJE ALGEBRAICO

El lenguaje algebraico permite expresar mediante símbolos matemáticos enunciados de situaciones que se deben resolver en la vida o en las ciencias.

Ejemplo

*Observa cómo traducir expresiones del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, para un número entero **n** cualquiera.*

Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
La suma de n y su mitad	$n+\frac{n}{2}$
El número que excede a n en 17 unidades	$n+17$
El número anterior a n	$n-1$
El cuadrado de n	n^2

Para resolver problemas que involucran ecuaciones lineales, se propone la siguiente **ruta metodológica.**

1.° <u>Comprende:</u> analiza la situación planteada; determina cuales son los datos y del alcance de la pregunta.
2.° <u>Planea</u>: analiza las opciones de solución y selecciona el procedimiento que consideras que se debe seguir.
3.° <u>Resuelve:</u> ejecuta el plan de acción para resolver el problema (planteamiento y solución de la ecuación).
4.° <u>Comprueba o verifica</u>: confronta los resultados obtenidos con el enunciado y la pregunta del problema. Verifica la validez de la respuesta.

Después de interiorizar esta ruta podrás utilizar la misma estrategia para resolver otros problemas similares

Analiza cada una de las situaciones y resuelve. A trabajar!!!!!!!

Actividad 1| Daniela compró una licuadora que costaba $4499. Como abonó en efectivo, le hicieron un descuento del 20%. ¿Cuánto pagó por la licuadora?

Actividad 2| Silvia compró una licuadora igual que la de Daniela, pero como abonó con tarjeta de crédito, le recargaron un 16%. ¿Cuánto pagó Silvia?

Actividad 3| Antes de llegar a su destino, un avión realizó dos escalas. En la primera descendieron 35 personas, en la segunda 50 y 175 llegaron al destino final. ¿Qué porcentaje descendió en cada escala? ¿Y en el lugar de destino?

Actividad 4| Una empresa de venta de electrodomésticos tiene una heladera a $38.949 de contado. Si se abona en 18 cuotas de $2649, ¿cuál es el porcentaje de recargo?

Actividad 5| Calcular

a) El 40% de una cantidad es 1 500. ¿Cuál es esa cantidad?
b) El 75% de cierta cantidad es 6 000. ¿De qué cantidad se trata?
c) El 30% de cierta cantidad, disminuido en 26 es igual a 22. ¿Cuál es esa cantidad?
d) El 50% de una cantidad, multiplicado por 3 es 141. ¿Cuál es esa cantidad?

Actividad 6| Resolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones, escribir el conjunto solución.

a¿ $-\frac{2}{5}x+6<\frac{2-2x}{3}$

c¿ $2(x-3)\geq x+4$

b¿ $\frac{3}{5}(x-1)=6$

d¿ $(x-3).(x+3)=x^2-3x+6$

Actividad 7| Para cada enunciado, escribe una expresión algebraica y resuelve.

a) El doble del número n disminuido en 3 es igual a 15.
b) El número n excede en 12 a 29.
c) La suma del número n y el posterior es 33.
d) Las dos terceras partes de n equivalen a 18

Actividad 8| Plantea y resuelve las siguientes situaciones aplicando ecuaciones. Comprueba que la solución obtenida sea la correcta.

a) Un bebé recién nacido tiene 300 huesos. Esto es, 94 más en la edad adulta, cuando algunos se fusionan. Para calcular la cantidad de huesos que tiene un adulto, se puede modelar la situación mediante una *ecuación de primer grado con una incógnita.*

Ejemplo:

$x + 94 = 300$

$x + 94 + (-94) = 300 + (-94)$ ← Se suma el opuesto de 94 en ambos miembros de la igualdad.

$x = 206$ ← Se efectúan las operaciones indicadas.

Para verificar que el valor $x = 206$ es la solución de la ecuación, se reemplaza en la expresión original. Por lo tanto:

$x + 94 = 300$

$206 + 94 = 300$

$300 = 300$

b) Pablo eligió un número, lo dividió por 3, le restó 5, multiplicó ese resultado por 6 y obtuvo como resultado el número 6. ¿Qué número eligió?
c) El perímetro de un rectángulo, cuya altura mide 9 centímetros y de base x, es de 50 cm. ¿Cuánto mide la base?
d) El doble de la diferencia entre un número y quince es igual a doce. ¿Cuál es el número?
e) El triple del anterior de un número es igual al número aumentado en quince. ¿De qué número se trata?
f) En una cancha de voleibol como muestra la figura, la medida del ancho es 9 m; esta medida equivale a la sexta parte del perímetro x. La relación entre el perímetro x de una cancha de voleibol y la medida del ancho se puede representar mediante una ecuación de primer grado con una incógnita.