MATEMÁTICA 6º AÑO

Profesora: Carina Rodríguez

PROPUESTA 5

Hola chicos...

Acá nos encontramos en otra actividad... seguimos desde la virtualidad, pero seguimos aprendiendo juntos.... sigamos trabajando, sigamos aprovechando el tiempo para aprender, apropiándonos de herramientas matemáticas.

En esta propuesta encontrarán un repaso de lo visto en la propuesta anterior sobre funciones exponenciales, una explicación de crecimiento y decrecimiento de poblaciones y luego situaciones problemáticas donde ustedes podrán aplicar las herramientas de esta función y resolver.

Estoy a su disposición, como siempre, para la consulta que quieran realizarme. Les mando un cálido abrazo virtual y los invito a poner lo mejor de ustedes... como siempre lo hacen...

Profe Carina.

Objetivo de esta actividad: **Reconocer cada parte de la función exponencial. Lograr resolver situaciones problemáticas utilizando la función exponencial y sacar conclusiones a partir de los datos.**

Criterios e instrumento de retroalimentación: para corregir las actividades tendré en cuenta **que los ejercicios estén completos y desarrollados**. La retroalimentación será una **descripción del trabajo de cada estudiante**, en videollamadas grupales por WhatsApp donde motivaré al intercambio entre los estudiantes, resaltaré los logros obtenidos, los aspectos a mejorar y cuestiones a revisar.

Entrega: Tienes tiempo hasta el **02 de septiembre** para subir la actividad a tu carpeta del Google Drive, en la carpeta "Matemática" con el nombre "Propuesta 5". ***Recuerden enumerar las imágenes y tener en cuenta los tips para sacar las fotos y enviarlas.***

Continuamos con función exponencial....

HACEMOS UN REPASO A LO VISTO....

Para recordar

La función exponencial

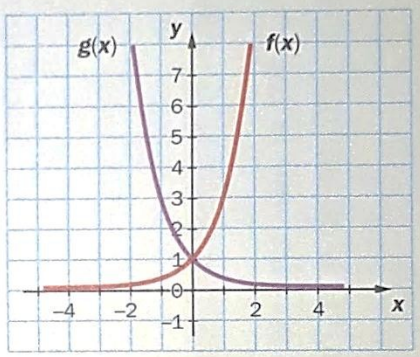
Las funciones de la forma $f(x) = a^x$ son *exponenciales* porque x aparece en el exponente. Hay que tener en cuenta que:

- **a** es la base de la función; además **a** es un número real positivo y distinto de 1.
- Si $a > 1$, la función es creciente; si $0 < a < 1$ la función es decreciente.

Además, si las bases de dos funciones de la forma $f(x) = a^x$ son inversas (el producto entre ellas es 1) sus gráficos son simétricos respecto del eje y.

El gráfico corresponde a $f(x) = 3^x$ y a $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

f es creciente y g es decreciente. El dominio de ambas funciones es $\mathbb{R}$ y la imagen, $(0; \infty)$. Además, ambas tienen una asíntota horizontal en $y = 0$.



Si una función es de la forma $h(x) = k\,a^x + c$ puede anticiparse que tendrá una asíntota horizontal en $y = c$.

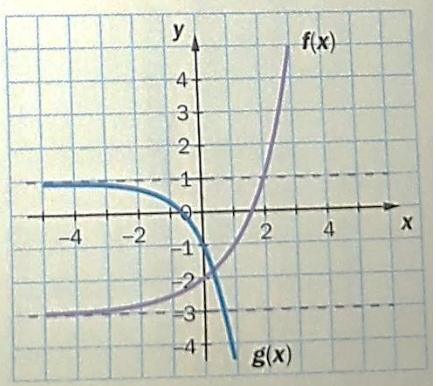
Además, si $k > 0$, el crecimiento de la función respeta lo dicho para $f(x) = a^x$, mientras que si $k < 0$, se invierte.

En consecuencia, si $k > 0$, Im $h = (c; \infty)$, y si $k < 0$, Im $h = (-\infty; c)$

El gráfico corresponde a $f(x) = 2^x - 3$ y a $g(x) = (-2)\,3^x + 1$.

f tiene una asíntota horizontal en $y = -3$ y su imagen es $(-3; \infty)$.

g tiene una asíntota horizontal en $y = 1$. Su base es mayor que 1, por lo que debería ser creciente; pero al estar multiplicada por –2, el gráfico se invierte y la función es decreciente. En consecuencia, Im $g = (-\infty; 1)$.



AHORA RECORDEMOS SOBRE ESTE TÉRMINO:

ASÍNTOTA

Definición: Es una recta a la cual se aproxima muy cercanamente una curva pero no llega nunca a tocarla.

Las asíntotas pueden ser **horizontales** (Ejemplo y= 0), **verticales** Ejemplo (x=0) y **oblicuas**.

CONCLUSIONES:

- $y=a^x \wedge y=\left(\frac{1}{a}\right)^x=a^{-x}$

  Cuando las bases de las funciones exponenciales son inversas, sus representaciones gráficas son simétricas con respecto al eje "y".

- $y=k.a^x$

  El valor de k modifica el valor de la ordenada al origen, por lo tanto el punto de corte en el eje "Y" es $(0;k)$

  Cuando las funciones exponenciales tienen igual base y coeficientes opuestos, sus representaciones gráficas son simétricas respecto al eje" X" (Por ejemplo: $y=3.2^x con\ y=(-3)2^x$

- $y=k.a^{x-b}$

  El valor de b indica el desplazamiento sobre el eje X. Por ejemplo $y=3^{x+1}$ se corre 1 hacia la izquierda porque b= -1 (respecto del gráfico de $y=3^x$)

- $y=a^x+c$

  El valor de c indica el desplazamiento sobre el eje Y. Por ejemplo $y=3^x+1$ se desplaza hacia arriba una unidad y tiene por asíntota horizontal $y=1$.

Actividades...!!!!

1) Grafica las siguientes funciones en un mismo eje cartesiano.

a) $f(x) = 4^x + 1$ **b)** $g(x) = 4^x - 1$ **c)** $h(x) = 2 . 4^x + 1$ **d)** $p(x) = -4^x - 1$

2) Completa la siguiente tabla a partir del gráfico realizado en la actividad anterior.

Funciones	k	a	c	Imagen	Asíntota
$f(x) = 4^x + 1$					
$g(x) = 4^x - 1$					
$h(x) = 2.4^x + 1$					
$i(x) = -4^x - 1$					

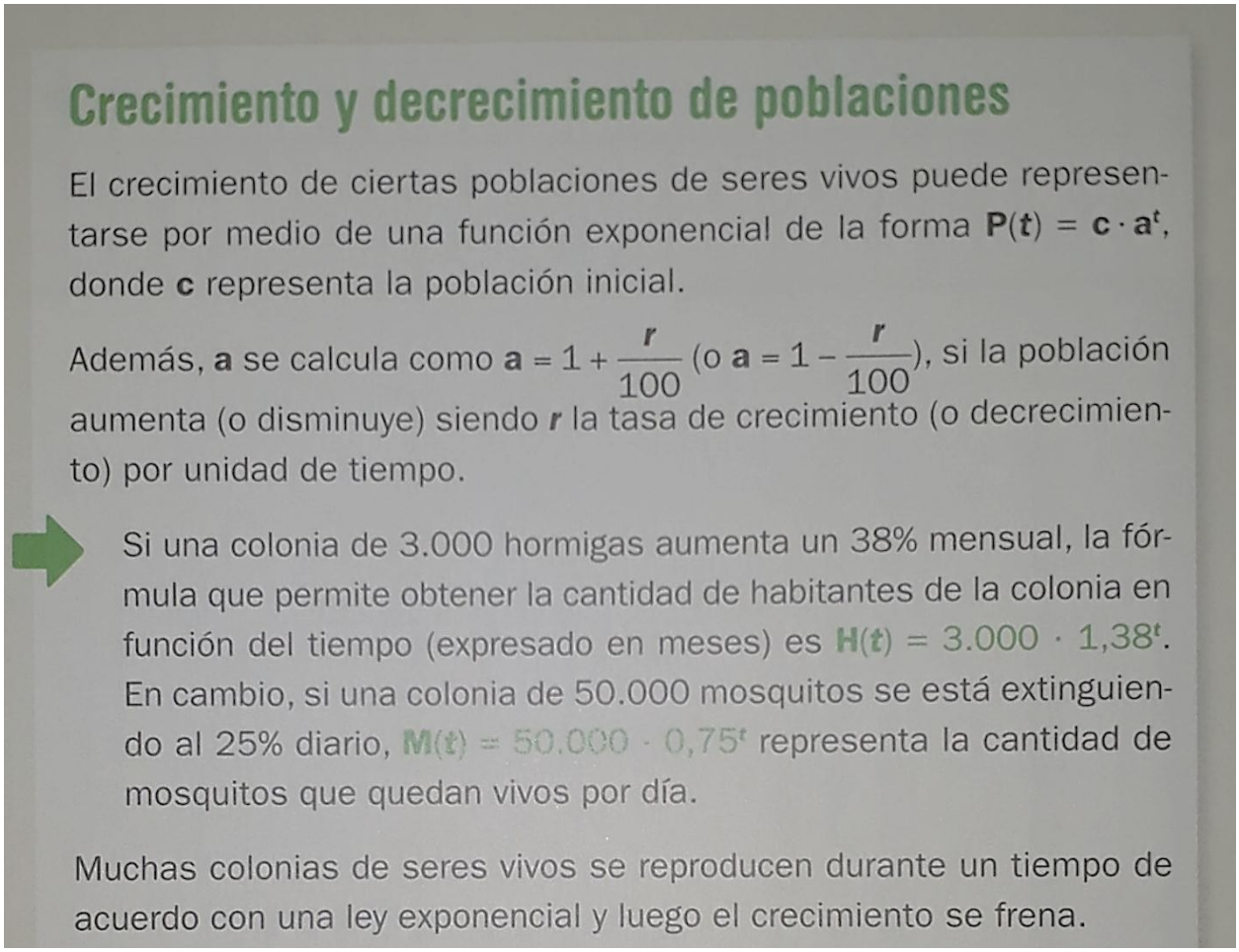
3) Dada la siguiente función: $f(x)=3.2^x$

a) Representa gráficamente

b) Analiza:

- Dominio
- Imagen
- Asíntotas
- Raíces
- Ordenada al origen
- ¿Crece o decrece? ¿Por qué?

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE POBLACIONES



Crecimiento y decrecimiento de poblaciones

El crecimiento de ciertas poblaciones de seres vivos puede representarse por medio de una función exponencial de la forma $\mathbf{P}(t) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}^t$, donde **c** representa la población inicial.

Además, **a** se calcula como $\mathbf{a} = 1 + \frac{r}{100}$ (o $\mathbf{a} = 1 - \frac{r}{100}$), si la población aumenta (o disminuye) siendo ***r*** la tasa de crecimiento (o decrecimiento) por unidad de tiempo.

Si una colonia de 3.000 hormigas aumenta un 38% mensual, la fórmula que permite obtener la cantidad de habitantes de la colonia en función del tiempo (expresado en meses) es $H(t) = 3.000 \cdot 1{,}38^t$. En cambio, si una colonia de 50.000 mosquitos se está extinguiendo al 25% diario, $M(t) = 50.000 \cdot 0{,}75^t$ representa la cantidad de mosquitos que quedan vivos por día.

Muchas colonias de seres vivos se reproducen durante un tiempo de acuerdo con una ley exponencial y luego el crecimiento se frena.

Situaciones problemáticas...!!!!

1. Una colonia de bacterias en ciertas condiciones triplica el número de sus habitantes cada día.

a) Completa la tabla con el número de bacterias que habrá los primeros 6 días, considerando que cuando comenzó el conteo había 10 bacterias y durante el proceso no murió ninguna.

Tiempo	0	1	2	3	4	5	6
Bacterias							

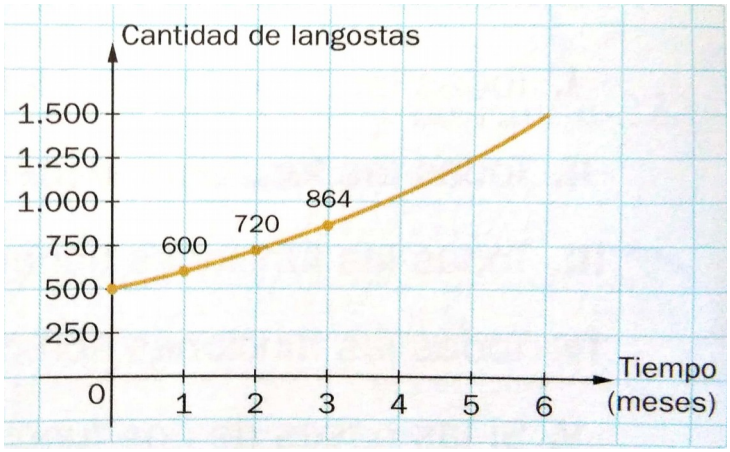
b) Marca la fórmula que describe la producción de esta colonia en función del tiempo t. Fundamenta tu elección.

$B(t)=3^t B(t)=10.3^t B(t)=3.10^t$

2. Javier estudia la reproducción de ciertas langostas. Con lo registrado hasta el momento realizó este gráfico (no consideró las muertes).

a) ¿Cuántas langostas había cuando comenzó el estudio?

b) ¿Cuántas langostas nacieron en el primer mes? ¿Y en el segundo?



c) ¿Qué porcentaje representan los nacimientos del primer mes respecto de la cantidad inicial de langostas? ¿Y los del segundo respecto de la cantidad que había en el primero?

d) Javier sabe que este comportamiento se mantiene durante algún tiempo y que la cantidad de langostas puede expresarse con una fórmula del tipo

$L(t)=c.a^t$. Halla **c** y **a**, escribe la fórmula.

e) De continuar con este comportamiento de reproducción, ¿Cuántas langosta habría al cabo de un año?

3. Un hongo infectó todos los árboles de una plantación de manzanas de 4.000 m^2, por lo que se la está tratando con un fungicida de aplicación mensual. En promedio, el plaguicida cura cada mes la mitad de los árboles infectados.

a) Completa la tabla indicando el área que ocupan los árboles que permanecen afectados.

Tiempo (en meses)	0	1	2	3	4
Plantas enfermas (m^2)					

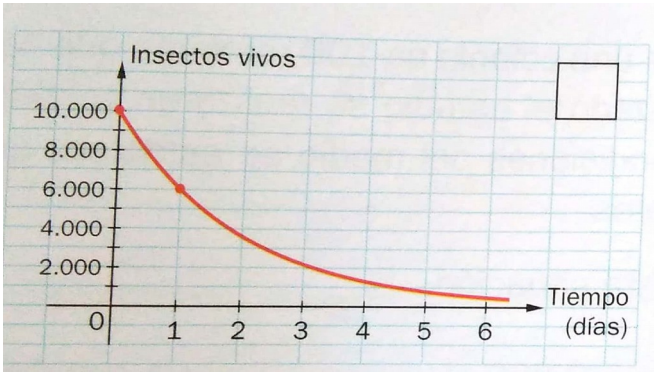
b) Escribe una fórmula para calcular el área ocupada por las plantas que permanecen enfermas cada mes.

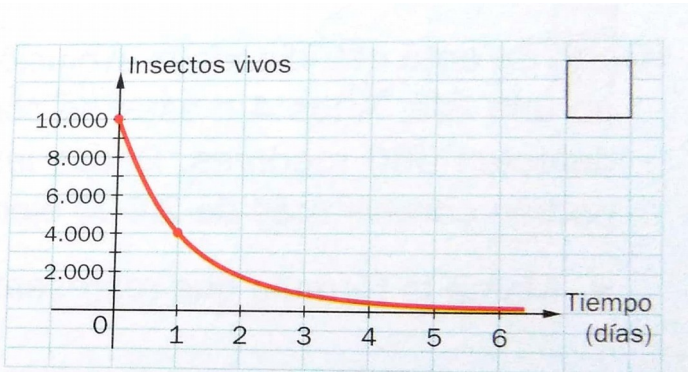
c) ¿Qué área ocupan los árboles que en el octavo mes siguen infectados?

d) Se considera que el hongo estará exterminado cuando las plantas infectadas ocupen menos de $1m^2$ de terreno. ¿Cuántos meses deberán pasar para que eso suceda? Explica cómo te diste cuenta.

4. Se está combatiendo una plaga con un insecticida que elimina el 40% de los insectos por día. Se calculó que inicialmente había 10.000 ejemplares.

a) Marca la casilla del gráfico que representa la situación. Justifica tu elección.





b) Marca la fórmula que permite conocer la cantidad de insectos vivos que quedan al finalizar cada día.

$I(t)=10.000 . 0,4^t$ $I(t)=10.000 . 0,6^t$ $I(t)=10.000 . 1,4^t$

c) Usa la fórmula seleccionada para calcular la cantidad de insectos vivos a los 3 días y marca un punto que represente esa información en el gráfico que corresponde.

Hasta acá llegamos en esta propuesta...el tema continuará...